CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

28 februarie 2015

CLASA A IX-A

(4 ore/săptămână)

1.) Să se demonstreze că oricare ar fi $a,b,c \in R_{+}^{*}$, sunt adevărate următoarele inegalităţi:

a) $a^3+b^3 \geq a^2b+ab^2$

b) $\frac{1}{a^3+b^3+abc}+\frac{1}{b^3+c^3+abc}+\frac{1}{c^3+a^3+abc} \leq \frac{1}{abc}$

2.) Se consideră numărul $y_n=\frac{5}{1\cdot 2}+\frac{9}{2\cdot 3}+\frac{15}{3\cdot 4}+...+\frac{n^2-n+3}{(n-1)\cdot n}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Pentru $n \geq 4$ să se calculeze $[y_n]$ şi $\{y_n\}$.

3.) Se dă triunghiul ABC în care $\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$, și punctele $M \in BC$, $N \in AC$ și $P \in AB$ care satisfac condiţiile: $(BM) \equiv (MC)$, $\sphericalangle ABN \equiv \sphericalangle CBN$, $AM \cap BN = \{S\}$, $CS \cap AB = \{P\}$. Să se calculeze raportul ariilor triunghiurilor SNP şi SBC.

4.) Se dă şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ astfel încât $\frac{a_1+a_2+a_3+...+a_n}{n}=\frac{a_{n+1}}{3}$. Dacă $b_n=\frac{a_n}{n}$, demonstraţi că $(b_n)_{n\geq 1}$ este o progresie aritmetică.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore